

# Galera-funtzioen diseinua alderantzizko problemak ikasketa sakonaren bidez ebazteko

J. A. Rivera<sup>1,2</sup>, D. Pardo<sup>1,2,3</sup>, E. Alberdi<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Euskal Herriko Unibertsitatea (UPV/EHU), Leioa.

<sup>2</sup>Basque Center for Applied Mathematics, (BCAM), Bilbo.

<sup>3</sup>Ikerbasque (Basque Foundation for Sciences), Bilbo.

2020ko uztailaren 10a  
Eibar, Euskal Herria

- 1 Sarrera
- 2 Alderantzizko problema eredua
- 3 Galera-funtzioen Analisia
- 4 Problema zuzena bakarrik
- 5 Encoder-Decoder gutxitua
- 6 Ondorioak

Alderantzizko problemak garrantzitsuak dira hainbat arlotan: ingenieritzan, osasunean, militarrean...

Alderantzizko problemak garrantzitsuak dira hainbat arlotan: ingenieritzan, osasunean, militarrean...

## Metodo tradizionalak

- *Gradientean oinarritutako metodoak*
- *Metodo estatistikoak*

Alderantziko problemak garrantzitsuak dira hainbat arlotan: ingenieritzan, osasunean, militarrean...

## Metodo tradizionalak

- *Gradientean oinarritutako metodoak*
- *Metodo estatistikoak*

## Muga nagusia

Ez dute esplizituki alderantziko funtzioa eraikitzen.

Alderantziko problemak garrantzitsuak dira hainbat arlotan: ingenieritzan, osasunean, militarrean...

## Metodo tradizionalak

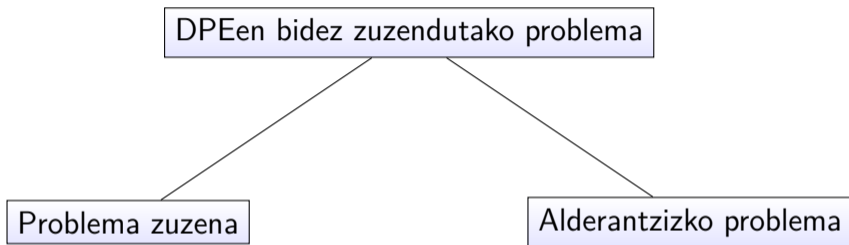
- *Gradientean oinarritutako metodoak*
- *Metodo estatistikoak*

## Muga nagusia

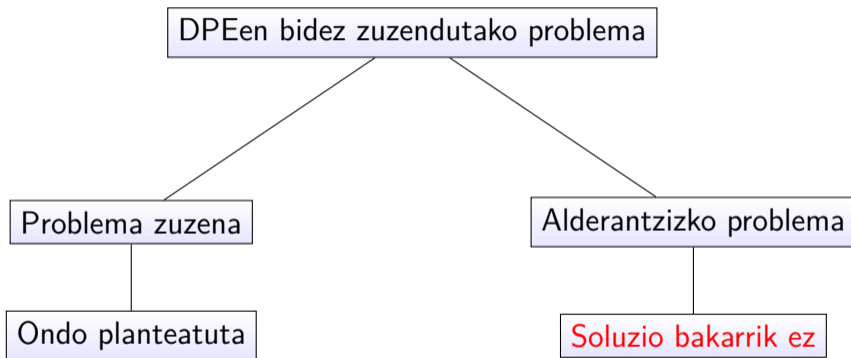
Ez dute esplizituki alderantziko funtzioa eraikitzen.

Alternatiba: ikasketa sakonaren bidez alderantziko problemak ebatzea.

Lan honetan: **Galera-funtzioetan zentratu.**



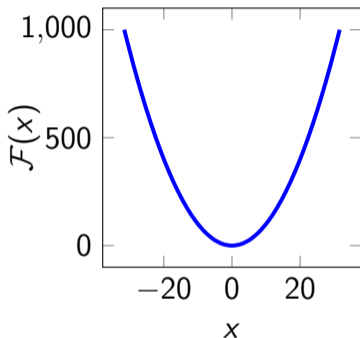
# Alderantzizko problema eredua



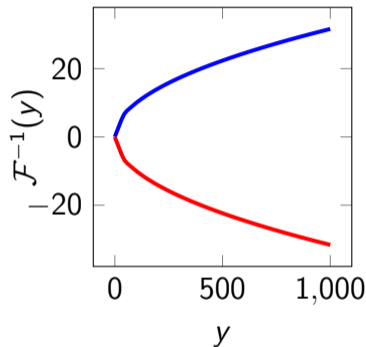


# Alderantzizko problema eredu

Ezaugarri nagusia: alderantzizko problemaren soluzio bat baino gehiago erakutsi.



(a) Zuzena  $\mathcal{F}(x) = x^2$



(b) Alderantzizkoa  $\mathcal{F}^{-1}(y) = \sqrt{y}$

# Datu-basea eta datuen eskalatzea

## Datu-basea

Eremua  $\Omega = [-33, 33]$  1000 puntu distantziakideez osatuta

Sarrera-Irteera bikoteak:  $\{(x_i, \mathcal{F}(x_i))\}_{i=1}^{1000}$

# Datu-basea eta datuen eskalatzea

## Datu-basea

Eremua  $\Omega = [-33, 33]$  1000 puntu distantziakideez osatuta

Sarrera-Irteera bikoteak:  $\{(x_i, \mathcal{F}(x_i))\}_{i=1}^{1000}$

## Datuen eskalatzea

$\mathcal{R}$  eskalatzeko lineala

Irteera datu-basea  $\Rightarrow [0, 1]$  tartea

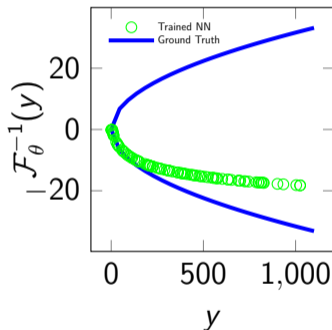
$\mathcal{R} \circ \mathcal{F}$  funtzioa hurbilduko dugu

## 1 Alderantzizko datuen errorea:

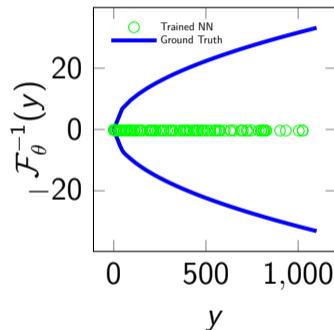
$$L_1(\theta) = \left\| \mathcal{F}_\theta^{-1}(y) - x \right\|$$

## 1 Alderantzizko datuen errorea:

$$L_1(\theta) = \left\| \mathcal{F}_\theta^{-1}(y) - x \right\|$$



(a) Norma  $l_1$



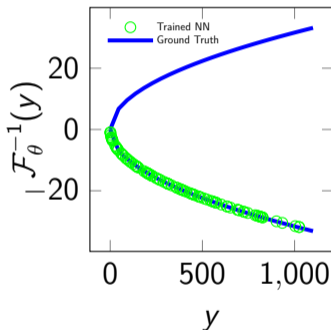
(b) Norma  $l_2$

## 2 Alderantzizko datuen ebaluaketan dagoen errorea:

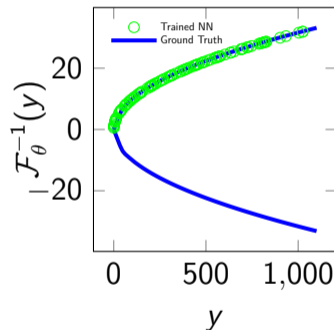
$$L_2(\theta) = \left\| \mathcal{F}(\mathcal{F}_\theta^{-1}(y)) - y \right\|$$

## 2 Alderantzizko datuen ebaluaketan dagoen errorea:

$$L_2(\theta) = \left\| \mathcal{F}(\mathcal{F}_\theta^{-1}(y)) - y \right\|$$



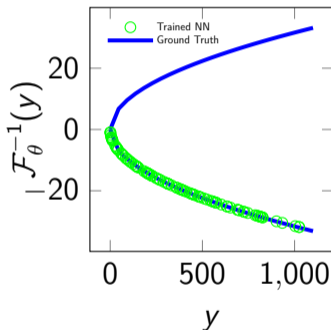
(a) Norma  $l_1$



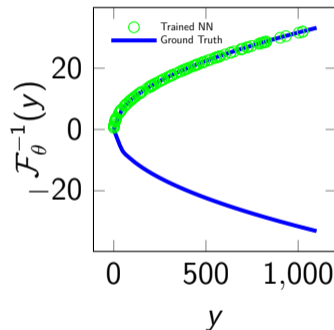
(b) Norma  $l_2$

## 2 Alderantzizko datuen ebaluaketan dagoen errorea:

$$L_2(\theta) = \left\| \mathcal{F}(\mathcal{F}_\theta^{-1}(y)) - y \right\| \quad \mathcal{F} \text{ GPU-n?}$$



(a) Norma  $l_1$



(b) Norma  $l_2$

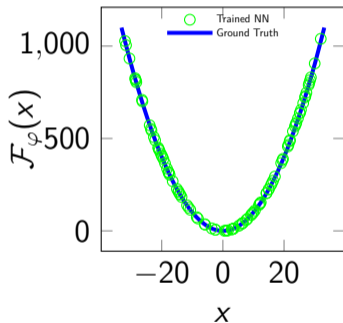


## 3 Encoder-Decoder galera-funtzioa:

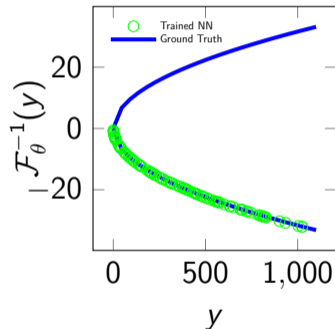
$$L_3(\varphi, \theta) = \|\mathcal{F}_\varphi(x) - y\| + \|\mathcal{F}_\varphi(\mathcal{F}_\theta^{-1}(y)) - y\|$$

## 3 Encoder-Decoder galera-funtzioa:

$$L_3(\varphi, \theta) = \|\mathcal{F}_\varphi(x) - y\| + \|\mathcal{F}_\varphi(\mathcal{F}_\theta^{-1}(y)) - y\|$$



(a) Zuzena

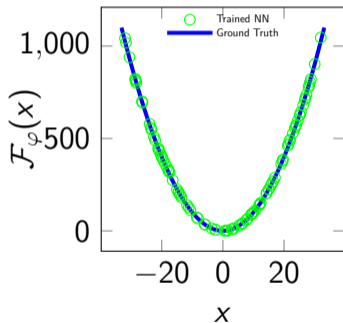


(b) Alderantzizkoa

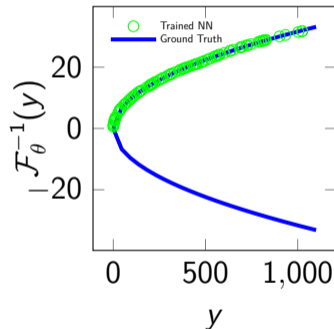
Figure: Norma  $l_1$

## 3 Encoder-Decoder galera-funtzioa:

$$L_3(\varphi, \theta) = \|\mathcal{F}_\varphi(x) - y\| + \|\mathcal{F}_\varphi(\mathcal{F}_\theta^{-1}(y)) - y\|$$



(a) Zuzena



(b) Alderantzizkoa

Figure: Norma  $l_2$

## 4 Bi pausuko galera-funtzioa:

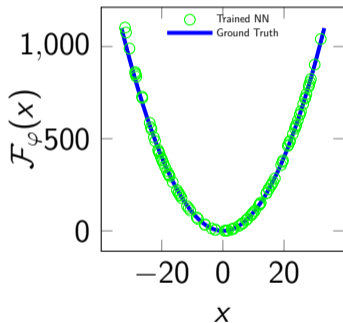
$$L_{4.1}(\varphi) = \|\mathcal{F}_\varphi(x) - y\|$$

$$L_{4.2}(\theta) = \|\mathcal{F}_{\varphi^*}(\mathcal{F}_\theta^{-1}(y)) - y\|$$

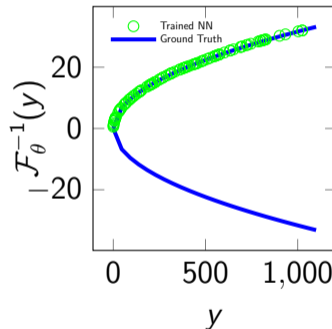
## 4 Bi pausuko galera-funtzioa:

$$L_{4.1}(\varphi) = \|\mathcal{F}_\varphi(x) - y\|$$

$$L_{4.2}(\theta) = \|\mathcal{F}_{\varphi^*}(\mathcal{F}_\theta^{-1}(y)) - y\|$$



(a) Zuzena



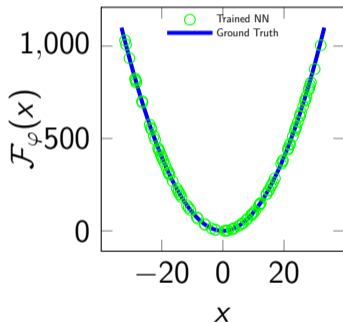
(b) Alderantzizkoa

Figure: Norma  $l_1$

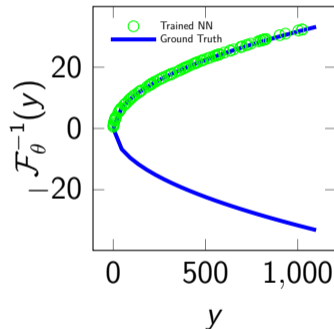
## 4 Bi pausuko galera-funtzioa:

$$L_{4.1}(\varphi) = \|\mathcal{F}_\varphi(x) - y\|$$

$$L_{4.2}(\theta) = \|\mathcal{F}_{\varphi^*}(\mathcal{F}_\theta^{-1}(y)) - y\|$$



(a) Zuzena



(b) Alderantzizkoa

Figure: Norma  $l_2$

## Aztertutako galera funtzioak:

- Galera-funtzio tradizionala
- Alderantzizko datuen ebaluaketa errorea
- Encoder-Decoder
- Bi pausu

## Aztertutako galera funtzioak:

- Galera-funtzio tradizionala **X**
- Alderantzizko datuen ebaluaketa errorea **X**
- Encoder-Decoder ✓
- Bi pausu ✓



# Analisis sakona

1000 puntuko entrenamendu lagina  $\rightarrow$  1000 problema zuzen

## Kostu konputazionala

Problema zuzenen kopuru handia ebatzi behar da

1000 puntuko entrenamendu lagina  $\rightarrow$  1000 problema zuzen

## Kostu konputazionala

Problema zuzenen kopuru handia ebatzi behar da

Entrenamendu lagina gutxitu:

- Problema zuzena bakarrik
- Encoder-Decoder gutxitua

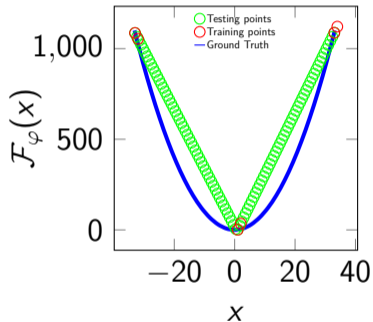
- 5 Problema zuzena bakarrik:**  $L_{5.1}(\varphi) = \|\mathcal{F}_\varphi(x) - y\|$   
3 puntuko entrenamendu lagina:  $\{(-33, 1089), (1, 1), (33, 1089)\}$

# Problema zuzena bakarrik

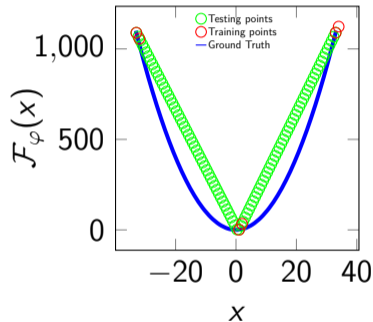
## 5 Problema zuzena bakarrik:

$$L_{5.1}(\varphi) = \|\mathcal{F}_\varphi(x) - y\|$$

3 puntuko entrenamendu lagina:  $\{(-33, 1089), (1, 1), (33, 1089)\}$



(a) Norma  $l_1$



(b) Norma  $l_2$

Hurbilketa txarra entrenamendu puntuetatik kanpo

# Problema zuzena Hermite moduko galera-funtzioa

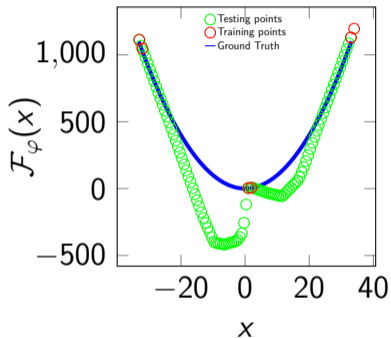
**6 Hermite modukoa:**

$$L_6(\varphi) = \|\mathcal{F}_\varphi(x) - y\| + \left\| \frac{\mathcal{F}_\varphi(x+\epsilon) - \mathcal{F}_\varphi(x)}{\epsilon} - \frac{\partial \mathcal{F}(x)}{\partial x} \right\|$$

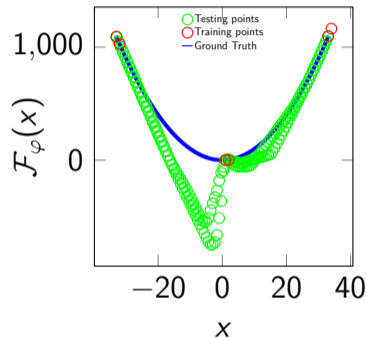
# Problema zuzena Hermite moduko galera-funtzioa

## 6 Hermite modukoa:

$$L_6(\varphi) = \|\mathcal{F}_\varphi(x) - y\| + \left\| \frac{\mathcal{F}_\varphi(x+\epsilon) - \mathcal{F}_\varphi(x)}{\epsilon} - \frac{\partial \mathcal{F}(x)}{\partial x} \right\|$$



(a) Norma  $l_1$



(b) Norma  $l_2$

Oraindik hurbilketa txarra entrenamendu puntuetatik kanpo

# Encoder-Decoder: entrenamendu lagin gutxitua

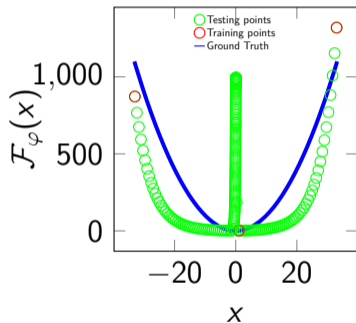
**7 Encoder-Decoder gutxitua:**  $L_3(\varphi, \theta) = \|\mathcal{F}_\varphi(x) - y\| + \|\mathcal{F}_\varphi(\mathcal{F}_\theta^{-1}(y)) - y\|$

Zuzena: 3 entrenamendu puntu. Alderantzizkoa: 1000 entrenamendu puntu.

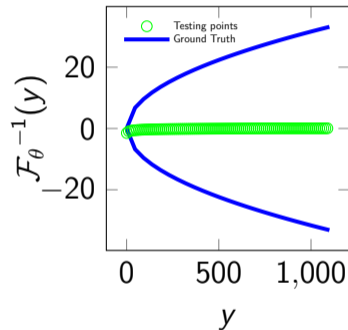
# Encoder-Decoder: entrenamendu lagin gutxitua

7 **Encoder-Decoder gutxitua:**  $L_3(\varphi, \theta) = \|\mathcal{F}_\varphi(x) - y\| + \|\mathcal{F}_\varphi(\mathcal{F}_\theta^{-1}(y)) - y\|$

Zuzena: 3 entrenamendu puntu. Alderantzizkoa: 1000 entrenamendu puntu.



(a) Zuzena



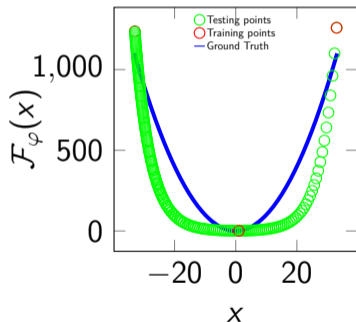
(b) Alderantzizkoa

Problema zuzenaren eta alderantzizkoaren hurbilketa txarrak.

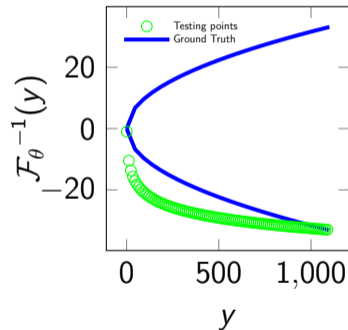


## 8 Encoder-Decoder gutxitua:

$$L_8(\varphi, \theta) = \|\mathcal{F}_\varphi(x) - y\| + \|\mathcal{F}_\varphi(\mathcal{F}_\theta^{-1}(y)) - y\| + \left\| \frac{\mathcal{F}_\varphi(x + \epsilon) - \mathcal{F}_\varphi(x)}{\epsilon} \right\|$$



(a) Zuzena



(b) Alderantzizkoa

Alderantzizko problemak ebazteko:

- Galera funtzio tradizionalak ez dira egokiak
- Encoder-Decoder eta Bi pausuko galera-funtzioak egokiak dira

Alderantzizko problemak ebazteko:

- Galera funtzio tradizionalak ez dira egokiak
- Encoder-Decoder eta Bi pausuko galera-funtzioak egokiak dira

Hermite-moduko galera-funtzioa:

- Emiatza zehatzak entrenamendu puntuetan eta bere inguruan
- Entrenamendu puntu kantitate handia behar da

Alderantzizko problemak ebazteko:

- Galera funtzio tradizionalak ez dira egokiak
- Encoder-Decoder eta Bi pausuko galera-funtzioak egokiak dira

Hermite-moduko galera-funtzioa:

- Emiatza zehatzak entrenamendu puntuetan eta bere inguruan
- Entrenamendu puntu kantitate handia behar da

Encoder-Decoder gutxitua:

- Problema zuzenaren hurbilpenak askatasun gehiegi uzten du alderantzizkoaren entrenamendurako
- Erregularizazioak emaitzak hobetzen ditu. Dena den, entrenamendu puntu gehiago behar dira